



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
15.02.2015



CLASA a XI-a

**Problema 1.**

a) Să se arate că ecuația  $X^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$  nu are soluții în  $M_2(\mathbb{C})$ .

b) Fie  $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ . Să se calculeze  $A^n, n \in \mathbb{N}^*$ .

Vasile Gorgotă

**Problema 2.**

Fie matricea  $A \in M_3(\mathbb{R})$  astfel încât  $\det(A + I_3) = \det(A + 2I_3)$ . Să se arate că

$$2\det(A + I_3) + \det(A - I_3) + 6 = 3\det(A).$$

G.M. 6-7-8/2014

**Problema 3.**

Fie șirul de numere reale  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin

$$(x_{n+1} - x_n)(x_{n+1} + x_n + 2) \leq 0, \forall n \geq 0.$$

Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n x_k$ .

Vasile Gorgotă

**Problema 4.**

a) Să se determine  $a, b \in \mathbb{R}$  dacă  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{x^2 + ax + b} = \frac{1}{2}$ .

b) Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție cu proprietatea că are limite laterale finite în orice punct din  $\mathbb{R}$ . Demonstrați că funcția transformă mulțimi mărginite în mulțimi mărginite.

\*\*\*

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.